

Esercizio n.9

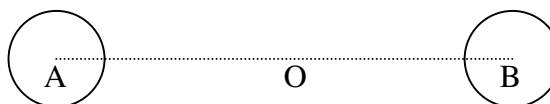
Due piccole sfere conduttrici, di uguale raggio R, cariche, poste con i centri ad una distanza d, si respingono con una forza di intensità F.

Se le due sfere sono portate a contatto e poi ridisposte nelle precedenti posizioni, la forza di repulsione risulta $k^2 F$.

Calcolare:

- le cariche iniziali e finali di ciascuna sfera
- i potenziali iniziali e finali di ciascuna sfera
- il valore del campo elettrico nel punto medio O della retta congiungente i centri A e B delle due sfere

Valori numerici: $R=0.1$ cm, $k=1.5$, $F=4 \cdot 10^{-5}$ N, $d=6$ cm



Soluzione

Siano Q_1 e Q_2 le cariche iniziali delle due sfere. La forza tra di esse è

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{Q_1 Q_2}{d^2} \quad (1)$$

Quando le due sfere vengono poste a contatto i loro potenziali diventano uguali e, essendo i raggi uguali, altrettanto avviene per le cariche. Ciascuna sfera ha quindi dopo il contatto una carica

$$Q_f = \frac{Q_1 + Q_2}{2}$$

La forza di repulsione diviene quindi

$$F' = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{Q_f^2}{d^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{(Q_1 + Q_2)^2}{4d^2} = k^2 F \quad (2)$$

Dalla (1) e dalla (2) si ottiene

$$\begin{cases} Q_1 = d\sqrt{4\pi\epsilon_o F} \left(k + \sqrt{k^2 - 1} \right) = 10.47 nC \\ Q_2 = d\sqrt{4\pi\epsilon_o F} \left(k - \sqrt{k^2 - 1} \right) = 1.53 nC \end{cases}$$

Note le cariche si possono calcolare i potenziali che risultano inizialmente

$$\begin{cases} V_1 = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_o R} = 9.4 \cdot 10^4 V \\ V_2 = \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_o R} = 1.4 \cdot 10^4 V \end{cases}$$

e dopo il contatto

$$V_{f1} = V_{f2} = \frac{Q_f}{4\pi\epsilon_o R} = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{Q_1 + Q_2}{2R} = 5.4 \cdot 10^4 V$$

Dopo che le sfere si sono toccate, tenuto conto della simmetria del problema, si vede immediatamente che il campo elettrico in O è nullo; il potenziale è invece la somma del potenziale di ciascuna sfera e vale

$$V_f(O) = V_{f2} = \frac{2}{4\pi\epsilon_o} \frac{Q_1 + Q_2}{d/2} = 4.3 \cdot 10^5 V$$